



Asignatura: Estadística y asignaturas relacionadas

Combinatoria

Permutaciones

$P(n)$: cuenta todas las ordenaciones diferentes que se puede hacer de n elementos distintos.

$$P(n) = n!$$

Ejemplo

¿De cuántas formas se pueden poner en fila 5 niños?

$n = 5$ niños, todos en orden

$$P(5) = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Variaciones

$V(n,r)$: cuenta las ordenaciones diferentes que se puede hacer de r elementos de un conjunto total de n elementos.

$$V(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Ejemplo

¿De cuántas formas se puede elegir a un delegado, subdelegado y secretario en una clase de 20 niños?

$n = 20$ n° total de niños

$r = 3$ (delegado, subdelegado y secretario)

Algunos (3 de 20) ordenados (delegado, subdelegado, secretario)

$$V(20,3) = \frac{20!}{(20-3)!} = 20 \cdot 19 \cdot 18$$

Combinaciones

$C(n,r)$: permite calcular cuántos subconjuntos de r elementos se pueden hacer en un conjunto de n elementos

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ejemplo

Si cada día vas a tomar café con dos de tus 20 compañeros ¿cuántos días podrás ir a tomar café sin repetir exactamente con quién vas?

$n = 20$ compañeros

$r = 2$ con los que tomas café

Algunos (2 de 20) sin orden

$$\binom{20}{2} = \frac{20!}{2!(20-2)!}$$



Permutaciones con repetición

$PR_n^{n_1, n_2, \dots, n_k}$: son útiles para resolver dos tipos diferentes de problema:

- Ordenar n objetos no todos diferentes entre sí
- Repartir n objetos distintos en k grupos distintos sabiendo cuántos objetos van en cada grupo.

$$PR_n^{n_1, n_2, \dots, n_k} = \binom{n}{n_1 n_2 \dots n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

Ejemplo

¿Cuántas ordenaciones diferentes se pueden hacer con las letras de la palabra MISSISSIPPI?

$n = 11$ letras

1 "M", 4 "S", 4 "I", 2 "P"

Todas las letras, algunas están repetidas

$$\binom{11}{1 4 4 2} = \frac{11!}{1!4!4!2!}$$

Ejemplo

¿De cuántas formas podemos repartir un billete de 5 €, uno de 10 €, uno de 20 €, uno de 50 € y uno de 100 € entre Juan, Pedro y Miguel Si Juan solo recibe un billete y Pedro y Miguel reciben dos billetes cada uno?

$n = 5$ billetes distintos

1 billete Juan, 2 billetes Pedro, 2 billetes Miguel

Objetos distintos (los billetes) en cajas distintas (Juan, Pedro, Miguel) sabiendo cuantos recibe cada uno

$$\binom{5}{1 2 2} = \frac{5!}{1!2!2!}$$

Variaciones con repetición

$V(n,r)$: permiten calcular el número de ordenaciones de longitud r que se pueden obtener con infinitos objetos de n tipos diferentes. En la práctica sirven para calcular de cuantas formas:

- Se pueden colocar r objetos diferentes en n cajas diferentes sin saber cuántos objetos van para cada caja.
- Se pueden hacer listas de longitud r con n objetos diferentes.

Ejemplo

¿De cuántas formas podemos repartir un billete de 5 €, uno de 10 €, uno de 20 €, uno de 50 € y uno de 100 € entre Juan, Pedro y Miguel?

$n = 5$ billetes distintos

$r = 3$ personas (Juan, Pedro y Miguel)

Objetos distintos (los billetes) en cajas distintas (Juan, Pedro, Miguel) sin saber cuántos recibe cada uno

$$V(3, 5) = 35$$



Ejemplo

¿Cuántas palabras de 5 letras se pueden formar con las letras {a, b, c}?

n = 5 (longitud de las palabras)

r = 3 letras distintas

Con orden, se pueden repetir letras

$$V(5,3) = 5^3$$

Combinaciones con repetición

CR(n,r): permiten calcular de cuantas formas podemos distribuir r objetos iguales en n cajas diferentes.

$$CR(n, r) = C(n+r-1, r) = \binom{n+r-1}{r}$$

Ejemplo

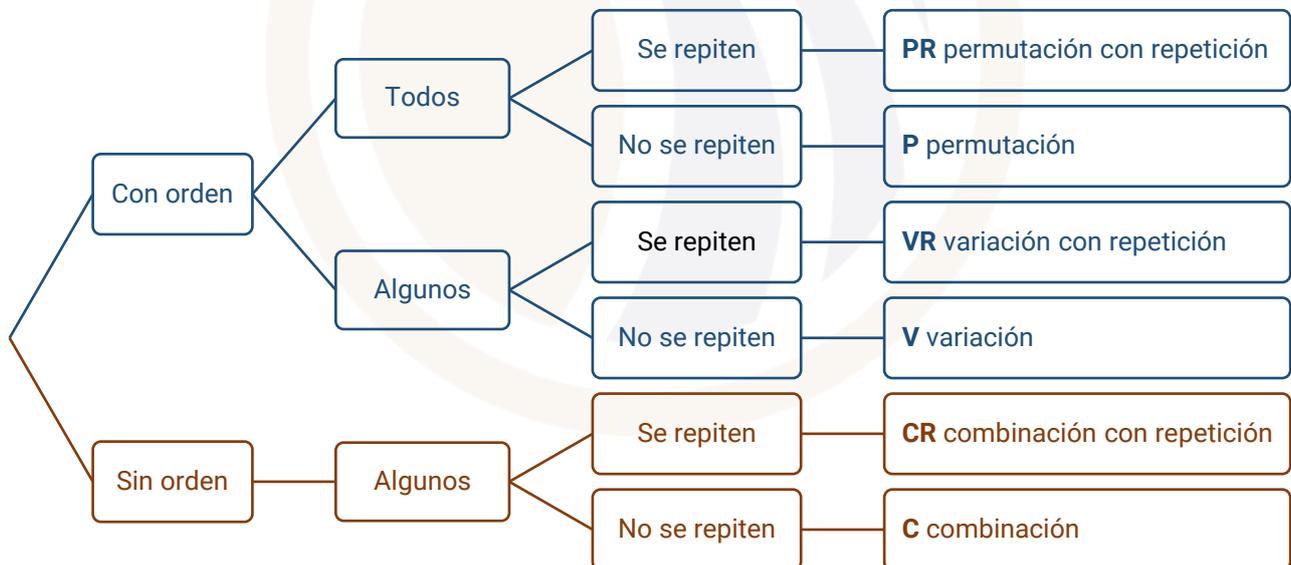
¿Cómo podemos repartir 10 monedas de 1 € entre José, Pedro y Daniel?

n = 3 personas (cajas)

r = 10 monedas iguales

Objetos iguales (10 monedas de 1 €) en cajas distintas (José, Pedro y Daniel)

$$CR(3, 10) = \binom{3+10-1}{10} = \binom{12}{10}$$



Repartir objetos en cajas distintas

Objetos \	Sin saber cuántos	Sabiendo cuántos
Iguales	CR Combinación con repetición	X
Distintos	VR Variación con repetición	PR Permutación con repetición